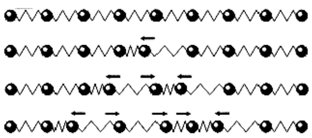
Урок №17 (13.11.2007)
Механические волны.

1. *Качественное описание и определения.*

Механические волны могут возникать в упругой среде, в результате начального смещения какой-нибудь точки этой среды относительно центра равновесия.

Упругую среду можно представить как множество материальных точек (маленьких массивных шариков), соединённых между собой невесомыми идеальными пружинками. Причём шарики могут быть расположены как вдоль одной прямой (одномерный случай), так и в плоскости или в пространстве.

Представим себе самый простой, одномерный случай. Рассмотрим, как будут вести себя шарики, если мы один из них сместим «вбок» от положения равновесия:



Колебания начинают распространяться вдоль нашей простейшей одномерной модели!

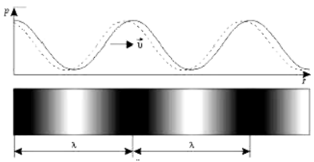
Распространение колебаний в упругой среде и называется *механической волной*.

Некоторые основные понятия:

- Бегущая волна.
- Механические волны в природе: звук, волны на воде.
- Продольные и поперечные волны.
- Фаза волны. Фронт волны – множество точек пространства с одинаковой фазой.

Обратим внимание на одну особенность механического движения при распространении волны: волна <u>не</u> переносит вещество, т.е. волна распространяется <u>через</u> среду, не увлекая частицы среды за собой.

Рассмотрим теперь реальный пример плоской продольной волны: распространение звука в трубе. При этом нарисуем вдоль трубы график распределения плотности воздуха в два близких момента времени (на рисунке пунктирный график показывает распределение плотности в более ранний момент).



Расстояние между ближайшими точками среды, находящимися в одной фазе колебания, называется *длиной волны* (λ).

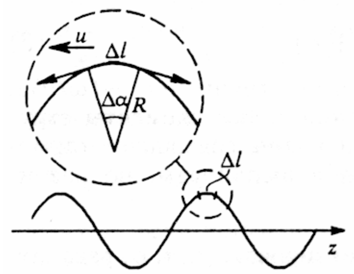
Максимальное смещение, испытываемое точкой среды в процессе распространения волны, называется *амплитудой волны* (A).

Число гребней, проходящих через некоторую точку среды за единицу времени, называется *частотой* (f) – обратим внимание, что другими словами это просто частота колебаний точки среды.

Скорость перемещения гребня волны в направлении распространения волны называется (очевидно!) *скоростью распространения волны* (v). $v = \lambda / T$, где $T = 1/f$ – *период волны*.

2. *Скорость поперечной волны*

Выведем скорость поперечной волны u, при условии, что $A \ll \lambda$, используя в качестве модели упругой среды бесконечный натянутый шнур (верёвку). Пусть вдоль шнура распространяются поперечные волны.



Перейдем в систему, движущуюся со скоростью u (которую нам надо найти). В этой системе волна стоит, а материал движется назад со скоростью u.

Рассмотрим в этой системе маленький кусочек шнура, длины Δl в момент, когда он находится на гребне синусоиды. Пусть сила натяжения шнура равна F. Тогда на наш маленький кусочек шнура будет действовать сила $F_n = 2F \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \approx F\Delta\alpha$, направленная к центру воображаемой окружности радиусом R, частью которой является гребень волны. По второму закону Ньютона $F\Delta\alpha = m\frac{u^2}{R}$, где m – масса кусочка струны. Отсюда, учитывая, что $\Delta l = R\Delta\alpha$, получим $u = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, где μ – масса на единицу длины струны.

3. *Энергия, переносимая волнами*

Разберемся, какую энергию переносит механическая волна. В синусоидальной волне частицы среды совершают гармонические колебания и обладают энергией $E = \frac{kA^2}{2}$, где A – амплитуда колебаний. Т.к. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$, то $k = 4\pi^2 m f^2$, и $E = 2\pi^2 m f^2 A^2$.

Учтем, что $m = \rho V$, а $V = Sl$. При этом, полагая скорость волны v, запишем: $l = vt$. В этом случае масса колеблющейся частицы равна $m = \rho S v t$ и энергия колеблющегося вещества равна $E = 2\pi^2 \rho S v t f^2 A^2$. Это средняя энергия, переносимая волной через границу, за которой волны еще не было, за время t. Сразу заметим:

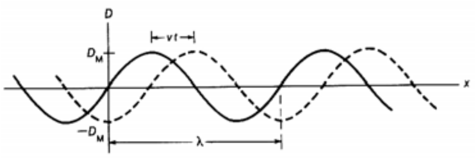
- Энергия, переносимая волной, пропорциональна квадрату амплитуды.
- Та же энергия пропорциональна квадрату частоты волны.

Энергия, переносимая за единицу времени это средняя мощность: $\overline{P} = 2\pi^2 \rho S v f^2 A^2$. Наконец, *интенсивностью* волны называется мощность, переносимая через единицу площади поверхности, перпендикулярной направлению потока энергии:

$$I = \frac{\overline{P}}{S} = 2\pi^2 \rho v f^2 A^2$$

4. *Математическое описание бегущей волны*

Пусть одномерная синусоидальная волна распространяется вдоль оси x. Пусть в момент времени $t = 0$ волна дается выражением: $D = D_M \sin\left(2\pi x/\lambda\right)$, где D – смещение волны в точке x, D_M – амплитуда волны, а λ – длина волны. Предположим, что волна движется вправо со скоростью v. Тогда через время t волна переместится на расстояние vt (волна, но не среда, в которой волна распространяется) и будет даваться выражением $D = D_M \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(x - vt\right)\right]$. Т.к. $v = \lambda f$, то $D = D_M \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right)$, или



$D\left(x,t\right) = D_M \sin\left(kx - \omega t\right)$, где ω – круговая частота, а $k = 2\pi/\lambda$ – *волновое число*.

Волновое число k не имеет никакого отношения к коэффициенту жесткости.

В системе СИ волновое число имеет размерность единица, деленная на метр: $\left[k\right] = \frac{1}{м}$.

Аргумент синуса $kx - \omega t$ называют *фазой волны*, скорость v – *фазовой скоростью*. $v = \lambda f = \left(2\pi/k\right)\left(\omega/2\pi\right) = \omega/k$.